

I, Z - імена
 O, o - омири
 Y, y - умири
 Z, z - змири

1) σ -алгебра на Ω - це деяка σ -алгебра. т.ч.

- а) $\Omega \in \mathcal{A}$
 б) $\forall A \in \mathcal{A} \Rightarrow \Omega \setminus A \in \mathcal{A}$
 в) $\forall A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$

2) Конт. норм. сінг. арг. функ. на $\mathbb{R}$, $P: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$. $\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A}$ $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

- 3) $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ - в.н.
 4) Радикал. в.н. $(\Omega, \mathcal{A}, P)$
 5) Угн. в.н. $(\mathbb{R}, \mathcal{B}, P)$
 6) Угн. сінг. уг $\Omega \in \mathbb{R}$. $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, т.ч. $\forall B \in \mathcal{B} (f^{-1}(B) \in \mathcal{A})$.

- 7) $\mathcal{A}$ - мин σ -алгебра отн-ко катеру f -уни
 8) $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ - мин σ -алгебра, катеру f в.н. $[a, b]$.
 9) ф.т.ч. $\forall B \in \mathcal{B}$ $f^{-1}(B) \in \mathcal{A}$, $f: \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$.

- 10) $F(x) = P_g(-\infty, x) = P(\{w: g(w) \leq x\})$
 а-б:
 • $F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1$
 • F неуб. функ.
 • F не зростає
 11) $P(g \in B) \forall B \in \mathcal{B}$ - функ. в.н. ξ
 12) $\text{Син. } \exists \text{ неуб. } p(x) \geq 0, x \in \mathbb{R}$
 $F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \Rightarrow \text{норм.}$

- 13) Рад. неуб. в.н. ξ $\{x_i, p_i\} \in \mathbb{N}$
 14) Рад. неуб. в.н. ξ
 15) $\exists B \in \mathcal{B}$ - не сінг. в.н. сінг. в.н. $P_g(B) = 1$
 16) $F_g(x)$ - неуб. на $\mathbb{R}$ $\forall x$ $\exists$ $\epsilon > 0$ т.ч. $F_g(x) - F_g(x-\epsilon) > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ - т.ч. F_g - сінг. в.н. $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0$ $F_g(x+\delta) - F_g(x) > 0$

- 17) Т.А.С. $\forall F_g(x) \exists$ б.н. кан. p_i
 $F_g(x) = p_1 F_{g_1}(x) + p_2 F_{g_2}(x) + p_3 F_{g_3}(x)$
 $\forall x$
 18) $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \sigma^2 > 0$
 $p(x) = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-x}, x \in (0, \infty)$
 $p(x) = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha|x|}, \alpha > 0$
 $p(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda x} \mathbb{1}(x > 0), \alpha > 0, \lambda > 0$
 $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$
 $p(x) = \frac{1}{\pi} \frac{b}{(x-a)^2 + b^2}$
 19) Рад. неуб. в.н. ξ $\{k, C_k p^k(1-p)^k\}$ p -б.н. $p \in (0, 1)$
 $\{k, \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}\}, \lambda \in (0, \infty), k \in \mathbb{N}_0$
 $\{k, p(1-p)^k\}, 0 \leq p \leq 1, k = 0, 1, \dots$
 $\{k, \binom{n+k-1}{k} p^k (1-p)^{n-k}\}, k = 0, 1, \dots, n, p \in (0, 1)$

- 20) $X_n^2 = \xi_1^2 + \dots + \xi_n^2$
 $\xi_i \sim N(0, 1)$
 $X_n^2 \sim \chi^2_n$
 21) $\eta_1 \stackrel{d}{=} \xi_1 \stackrel{d}{=} N(0, 1)$
 $\xi_1, \xi_2 \stackrel{d}{=} N(0, 1)$
 22) $H_n \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi n}}$
 23) $g_1, g_2, \dots$ - неуб. $\forall A_1, A_2 \in \mathcal{B}$
 $P(g_1 \in A_1, g_2 \in A_2) = \prod_i P(g_i \in A_i)$

- 24) $g_1, g_2, \dots$ - неуб. $\forall x_i \in \mathbb{R}$
 $F_g(x_1, x_2) = \prod_i F_{g_i}(x_i)$
 25) $(g_1, g_2) \sim \text{н.н.}$
 $P(g_1 \in A_1, g_2 \in A_2) = P(g_1 \in A_1) P(g_2 \in A_2)$
 $P(g_1 = i, g_2 = j) = P(g_1 = i) P(g_2 = j)$

- 27) g_1, g_2 - неуб. в.н. ξ, η $P_{g_1 \pm \eta}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{g_1}(x-y) P_{\eta}(y) dy$
 28)

29) $E\xi = \int \xi(\omega) P(d\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x p_{\xi}(x) dx$, g-a.k. $\int_{-\infty}^{\infty} x p_{\xi}(x) dx$, g-guany

cb-ka:
 $E c = c$
 $E c \xi = c E \xi$
 $E(\xi + \eta) = E \xi + E \eta$
 $E \int_0^t \xi_s ds = \int_0^t E \xi_s ds$
 $\xi \leq \eta \Rightarrow E \xi \leq E \eta$

even $\alpha \cdot a \leq \alpha \cdot b \Rightarrow \alpha \geq 0$

31) $D\xi = E(\xi - E\xi)^2 = \min_{a \in \mathbb{R}} E(\xi - a)^2 = E\xi^2 - (E\xi)^2$

cb-ka:
 $D\xi \geq 0$, $= 0 \Leftrightarrow \xi = a$
 $D c \xi = c^2 D\xi$
 $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta + 2 \frac{E(\xi - E\xi)(\eta - E\eta)}{\text{cov}(\xi, \eta)}$
 $\xi, \eta \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$

32) $\text{cov}(\xi, \eta) = E(\xi - E\xi)(\eta - E\eta)$

33) $\text{cov}(\xi, \xi) = D\xi$
 $\text{cov}(a\xi, \eta) = a \text{cov}(\xi, \eta) = \text{cov}(a\xi + b, \eta)$
 $\text{cov}(\xi + \eta, \zeta) = \text{cov}(\xi, \zeta) + \text{cov}(\eta, \zeta)$
 $\text{cov}(\xi, \eta) = \text{cov}(\eta, \xi)$

$\rho(\xi, \eta) = \frac{\text{cov}(\xi, \eta)}{\sqrt{D\xi \cdot D\eta}}$, $|\text{cov}(\xi, \eta)| \leq \sqrt{D\xi \cdot D\eta}$
 $\Rightarrow \xi = a\eta + b$
 $\text{sgn} = \text{sgn cov}$

34) Кр-ло Мейкелба
 $\xi \geq 0$, a кон. 1-м моментан
 $\Rightarrow P(\xi \geq \varepsilon) \leq \frac{E\xi}{\varepsilon}$

35) Кр-ло Чебу-ба
 $P(|\xi - E\xi| \geq \varepsilon) \leq \frac{D\xi}{\varepsilon^2}$

36) Кр-ло Цирен
 $E g(\xi) \geq g(E\xi)$ $g \cup_n$
 ≤ 0

37) Кр-ло Леньюба
 $0 < \xi < t$, $E\xi^t < +\infty$
 $\Rightarrow (E\xi^s)^{\frac{1}{s}} \leq (E\xi^t)^{\frac{1}{t}}$

38) Кр-ло Фенеге
 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, $p, q > 1$
 $E|\xi \eta| \leq (E\xi^p)^{\frac{1}{p}} (E\eta^q)^{\frac{1}{q}}$

39) Кр-ло Митеро-ко
 $(E|\xi + \eta|^p)^{\frac{1}{p}} \leq (E|\xi|^p)^{\frac{1}{p}} + (E|\eta|^p)^{\frac{1}{p}}$
 $p > 1$